

سری هفتم تمرین‌های ریاضی ۲

۱۸ اردیبهشت ۱۳۹۷

نمونه سوال‌های امتحانی

- سوال ۱ (نیم‌سال دوم ۹۲-۹۳):** حاصل انتگرال مکرر $\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^1 \cos x^3 dx \right) dy$ را محاسبه کنید.
- سوال ۲ (نیم‌سال دوم ۹۳-۹۲):** فرض کنید D ناحیه دوزنقه شکلی باشد که رئوس آن نقاط $(0, 2)$, $(2, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ هستند. حاصل انتگرال $\iint_D \cos\left(\frac{y-x}{y+x}\right) dx dy$ را محاسبه کنید.
- سوال ۳ (نیم‌سال دوم ۹۳-۹۴):** فرض کنید D ناحیه محصور به خم‌های $x^2 y = 9$, $x^2 y = 4$ و $\frac{x}{y} = 1$ و $\frac{x}{y} = 2$ باشد. مقدار انتگرال $\iint_D f(x, y)$ را به صورت انتگرالی بر حسب متغیرهای $u = x^2 y$ و $v = \frac{x}{y}$ بیان کنید.
- سوال ۴ (نیم‌سال اول ۹۴-۹۵):** فرض کنید R ناحیه داخل متوازی‌الاضلاع محدود به خطوط $x - 2y = 4$, $x - 2y = 0$ و $3x - y = 8$ باشد. انتگرال $\iint_R \frac{x-2y}{3x-y} dx dy$ را حساب کنید.
- سوال ۵ (نیم‌سال دوم ۸۹-۹۰):** مرکزوار ناحیه درون منحنی $y^2 = x^3 + x^2$ را پیدا کنید. (مرکزوار یک ناحیه D ، یک نقطه (a, b) است که در آن $a = \frac{1}{S} \iint_D x dA$, $b = \frac{1}{S} \iint_D y dA$, $S = \iint_D dA$)
- سوال ۶ (نیم‌سال دوم ۸۵-۸۶):** انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}} dA, D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y \leq 1\}$$

تمرین‌های برگزیده

تمرین ۱: در انتگرال زیر ترتیب انتگرال‌گیری را عوض کنید:

$$\int_0^1 \int_{\frac{y^2}{2}}^{\sqrt{3-y^2}} P(x, y) dx dy$$

تمرین ۲: با تغییر متغیر $\begin{cases} u = x + 2y \\ v = x - 2y \end{cases}$ انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\int_0^{\frac{2}{3}} \int_y^{2-2y} (x+2y)e^{y-x} dx dy$$

تمرین ۳: مطلوب است محاسبه $\iint_R (x^2 + y^2) dA$ که R ناحیه محصور بین $xy = 0$, $xy = 4$, $x^2 - y^2 = 1$ و $x^2 - y^2 = -1$ است.

تمرین ۴: انتگرال‌های دوگانه زیر را محاسبه کنید:

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} dy dx \quad \text{الف}$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} dy dx \quad \text{ب}$$

$$\int_0^2 \int_{\sqrt{x}}^x \sin\left(\frac{x}{2y}\right) dy dx + \int_2^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin\left(\frac{\pi x}{2y}\right) dy dx \quad \text{پ}$$

$$\iint_{|x|+|y|\leq a} e^{x+y} dx dy \quad \text{ت}$$

$$\int_0^1 \int_0^{1-y} \cos\left(\frac{x-y}{x+y}\right) dy dx \quad \text{ث}$$

$$\int_0^2 \int_0^{4-x^2} \frac{x e^{2y}}{4-y} dy dx \quad \text{ج}$$

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{3y}}^{\sqrt{4-y^2}} \ln(x^2 + y^2) dx dy \quad \text{چ}$$

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin \pi y^3 dy dx \quad \text{ح}$$

تمرین ۵: انتگرال $\iint y^2 dS$ را روی سطح مثلث T با رئوسهای $(1, 1, -1)$ ، $(1, -1, 1)$ و $(-1, 1, 1)$ محاسبه کنید.

تمرین ۶: انتگرال تابع $f(x, y) = e^{x+2y}$ را بر ناحیه $D = \{(x, y) : |x| + 2|y| \leq a\}$ محاسبه کنید.

تمرین ۷: مقدار $\iint_R \sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} dx dy$ که در آن R عبارت است از ناحیه محدود به محورهای مختصات و منحنی $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ را محاسبه نمایید.

تمرین ۸: D را ناحیه $x^2 + y^2 + 2y \leq 0$ در نظر بگیرید. مقدار $\iint_D (x+y) dA$ را بدست آورید.

تمرین ۹: انتگرال $\int_{-1}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \int_0^{\sqrt{1-y^2}} x dx dy$ را در دستگاه قطبی بازنویسی کنید.